



ce
pre
UNI

TEORÍA

Geometría

**SEMEJANZA DE
TRIÁNGULOS**

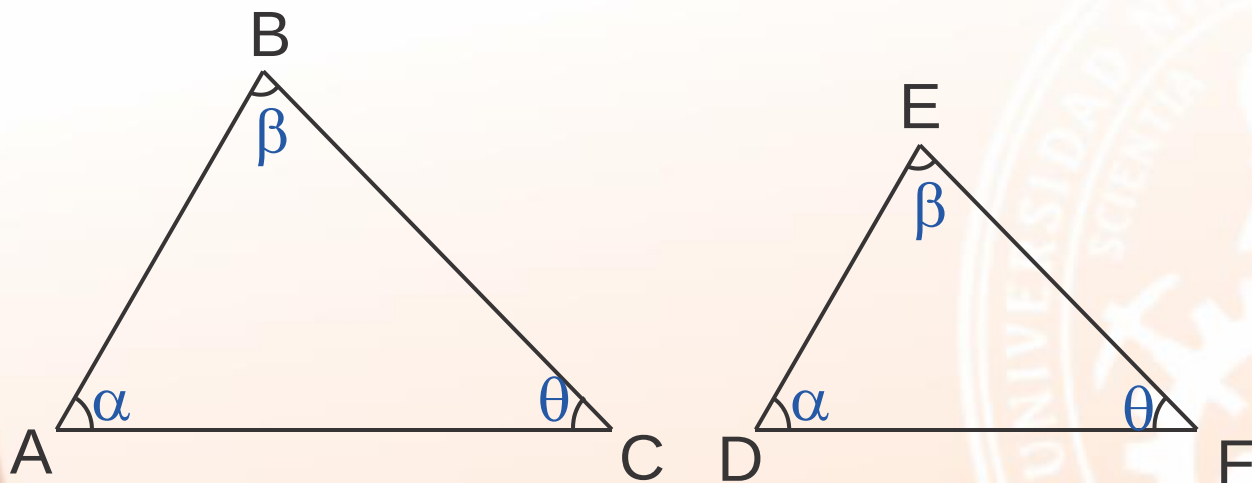
**CICLO
PRE
2024-I**



TRIÁNGULOS SEMEJANTES

Dos triángulos se denominan semejantes, cuando tienen los ángulos respectivamente congruentes y los lados homólogos proporcionales.

Lados homólogos, son aquellos lados que se oponen a los ángulos congruentes.



$$\begin{aligned}\angle A &\cong \angle D \\ \angle B &\cong \angle E \\ \angle C &\cong \angle F\end{aligned}$$

$$\wedge \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

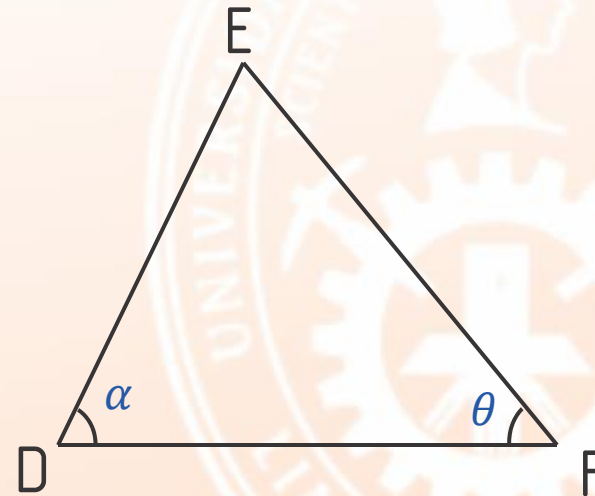
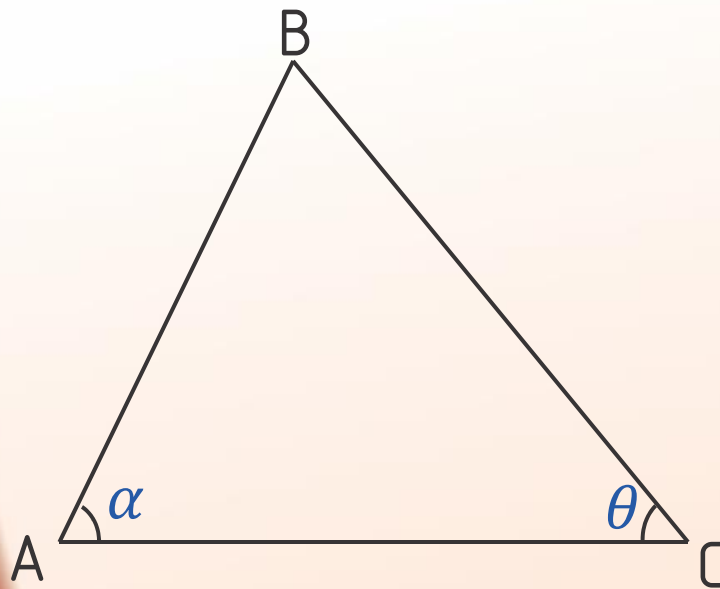
Notación: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

Se lee: Los triángulos ABC y DEF son semejantes

TEOREMAS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

TEOREMA (SEMEJANZA AA)

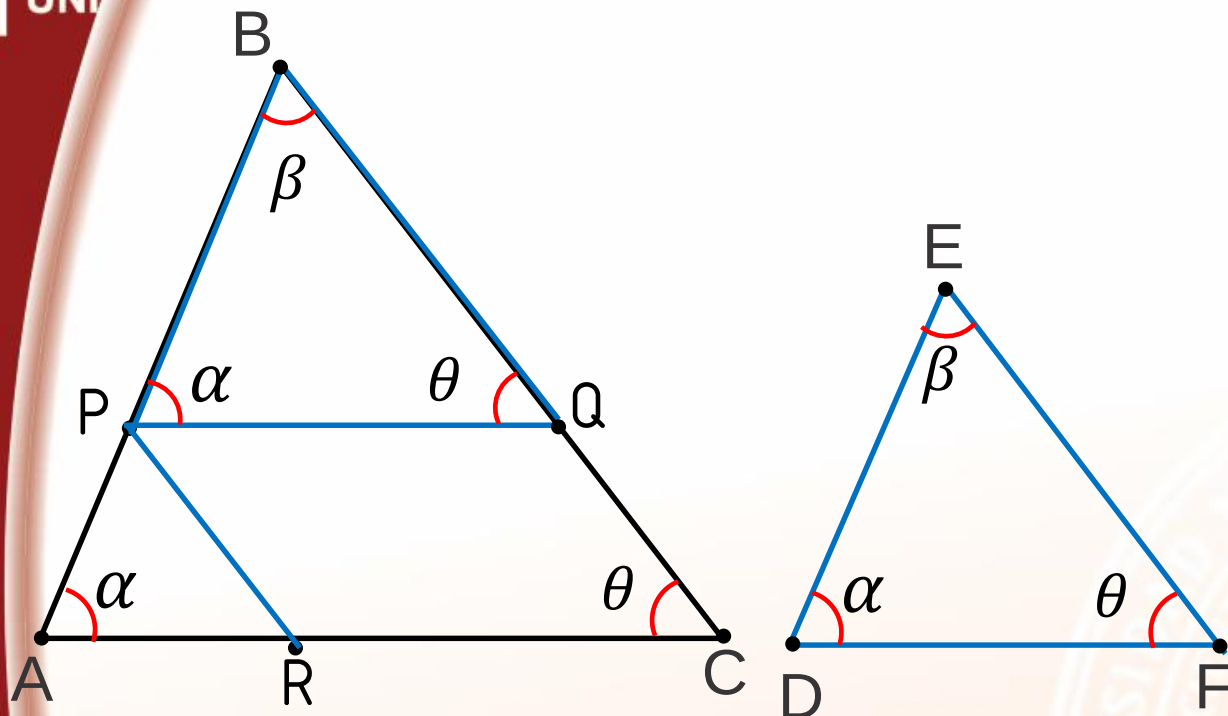
Dos triángulos son semejantes cuando tienen dos ángulos respectivamente congruentes.



$$\angle A \cong \angle D \text{ y } \angle C \cong \angle F$$

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

DEMOSTRACIÓN



- $\angle A \cong \angle D$ y $\angle C \cong \angle F$ (dato)(I)
- $\Rightarrow m\angle B = m\angle E = \beta$ (II)
- $\triangle ABC$: Se ubica P en $\overline{AB}$ / $PB = DE$(1)
- $\triangle ABC$: Se traza $\overline{PQ} \parallel \overline{AC}$, $Q \in \overline{BC}$.
 $\Rightarrow m\angle P = m\angle A = \alpha$
 $\Rightarrow m\angle Q = m\angle C = \theta$
- $\triangle ABC$: Se traza $\overline{PR} \parallel \overline{BC}$ / $R \in \overline{AC}$,

- $\triangle ABC$, $\overline{PQ} \parallel \overline{AC}$, teorema de Thales
 $\Rightarrow \frac{AB}{PB} = \frac{BC}{BQ}$ (2)

- $\triangle ABC$:, $\overline{PR} \parallel \overline{BC}$ T. de Thales
 $\Rightarrow \frac{AB}{PB} = \frac{AC}{RC}$(3)

- De (2) y (3):
 $\frac{AB}{PB} = \frac{BC}{BQ} = \frac{AC}{RC}$ (4)

- $\triangle PBQ \cong \triangle DEF$, teorema (ALA)
 $\Rightarrow BQ = EF$ (5)
 $PQ = DF$ (6)

- PQCR: $PQ = RC$ (7)

- Reemplazando (7) en (6):
 $RC = DF$ (8)

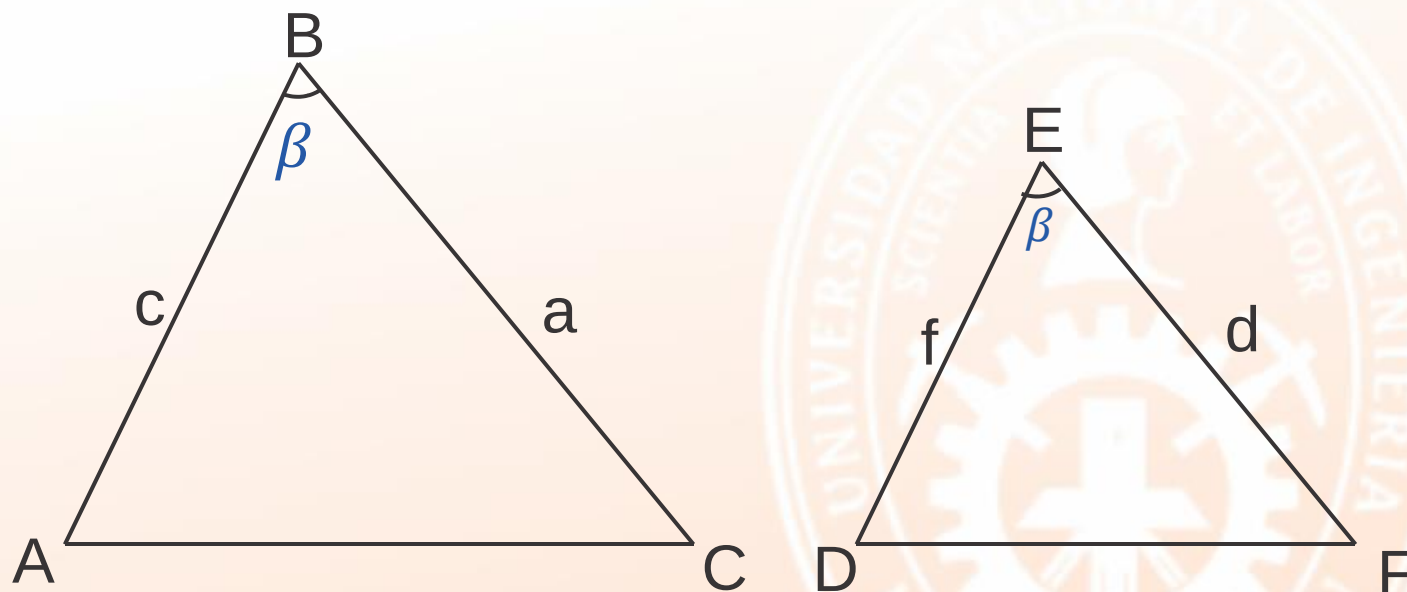
- Reemplazando (1), (5) y (8) en (4):
 $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ (III)

- De (I), (III) y (III) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (definición)

Lqgd.

TEOREMA (SEMEJANZA LAL)

Dos triángulos son semejantes cuando tienen dos lados respectivamente proporcionales y congruentes los ángulos determinados por dichos lados.



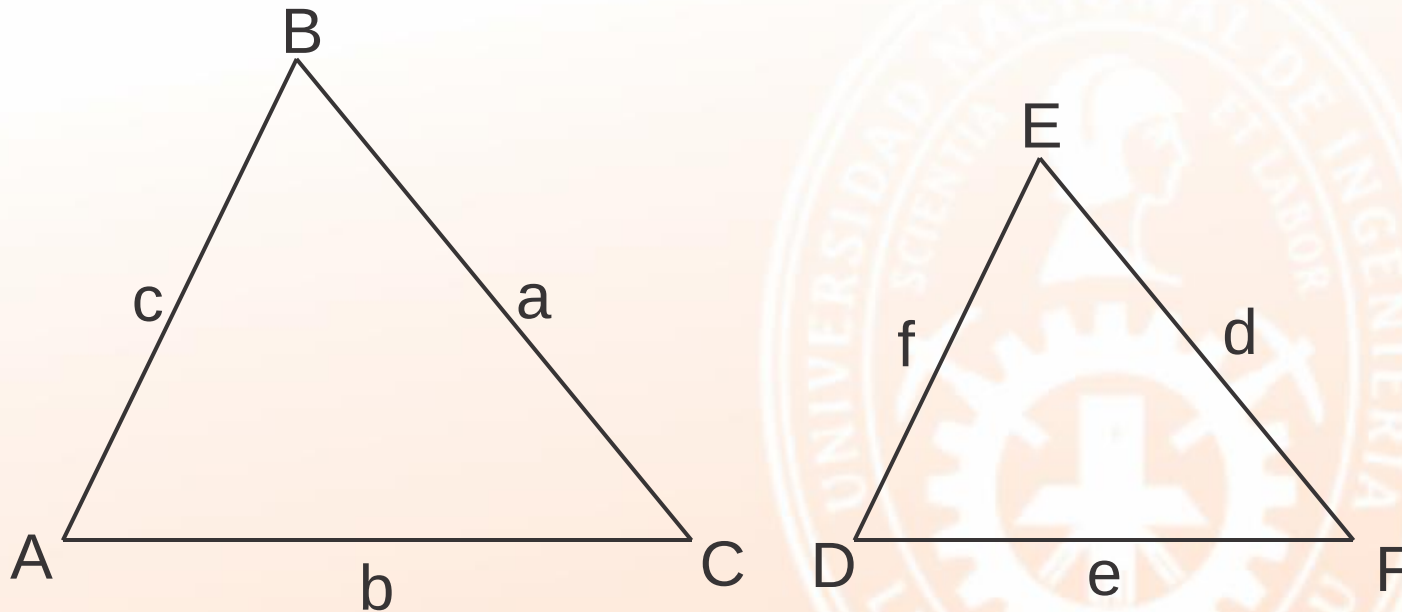
$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

$$\frac{c}{f} = \frac{a}{d}$$

$$\angle A \cong \angle D$$

TEOREMA (SEMEJANZA LLL)

Dos triángulos son semejantes cuando tienen sus tres lados respectivamente proporcionales.

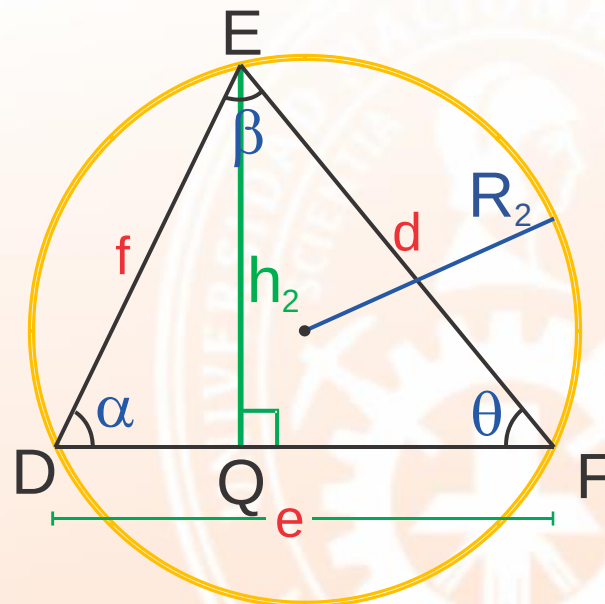
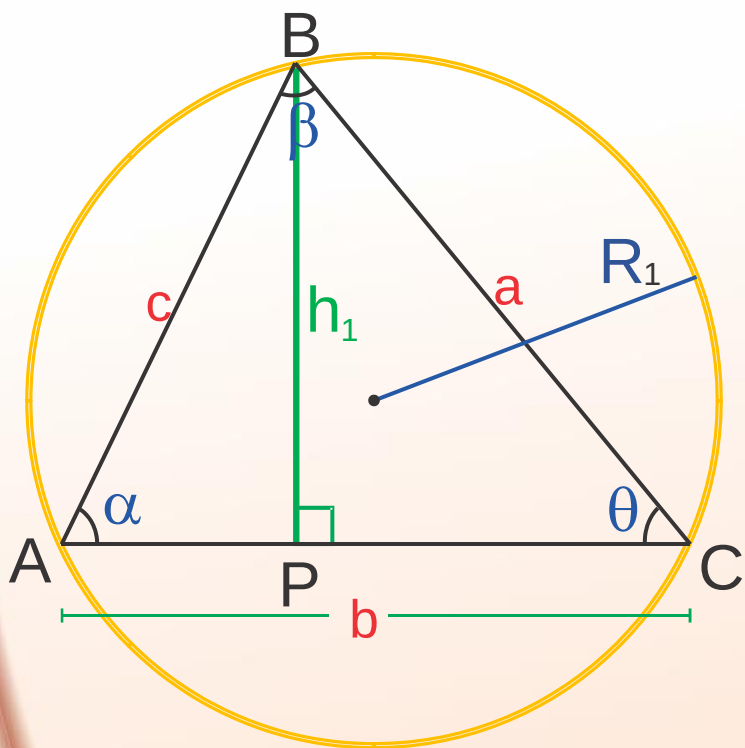


$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$$

TEOREMA

Si dos triángulos son semejantes, entonces los elementos homólogos, son respectivamente proporcionales.



Si $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, entonces

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{R_1}{R_2} = \dots = k$$

$$k > 0$$

EJERCICIO

En un trapezio $ABCD$, $\overline{BC}$ es la base menor y la altura del trapezio miden 6 u y 4 u. Si la distancia entre los puntos medios de las diagonales es igual a 2 u, entonces la distancia (en u) del punto de intersección de las prolongaciones de los lados no paralelos a la base mayor $\overline{AD}$ es

A) 6

B) 8

C) 10

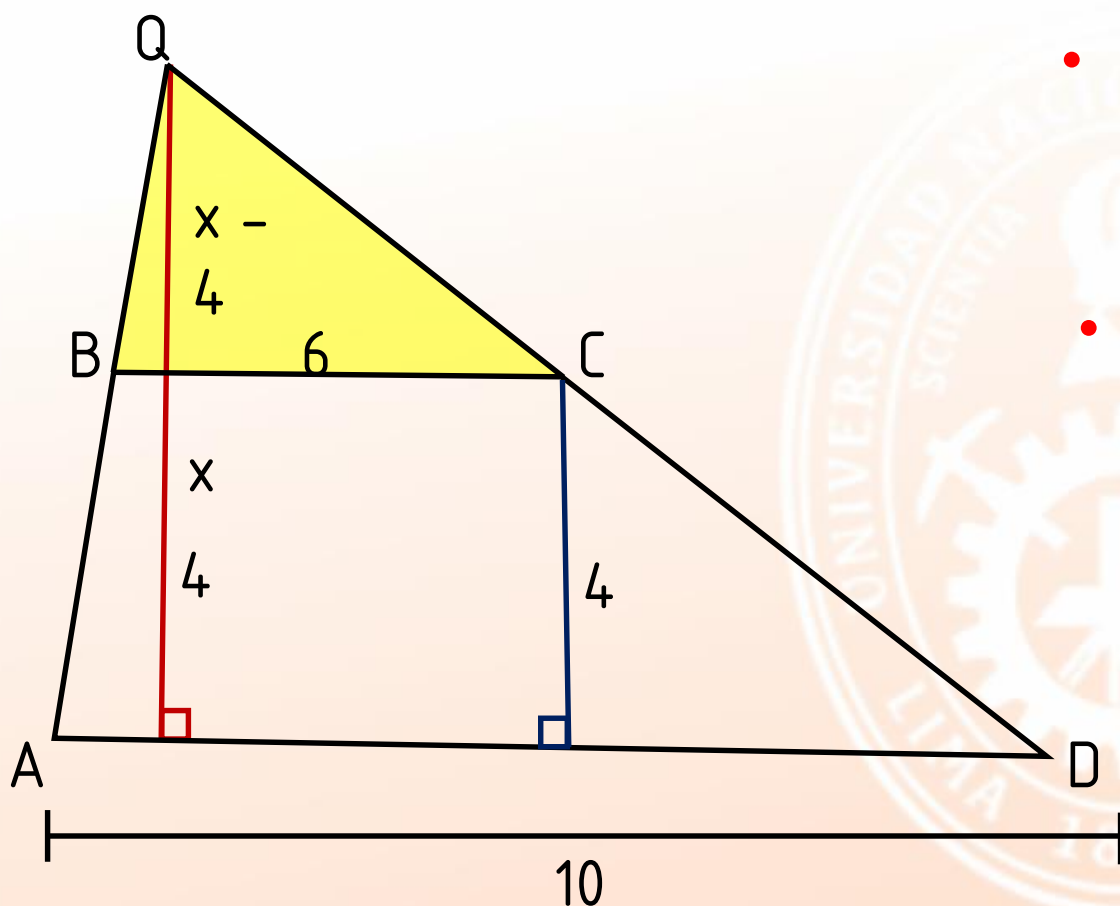
D) 12

E) 14

RESOLUCIÓN

En un trapezio $ABCD$, $\overline{BC}$ es la base menor y la altura del trapezio miden 6 u y 4 u . Si la distancia entre los puntos medios de las diagonales es igual a 2 u , entonces la distancia (en u) del punto de intersección de las prolongaciones de los lados no paralelos a la base mayor $\overline{AD}$ es

Calcule $d(Q; \overline{AD}) = x$



- $ABCD: \quad 2 = \frac{AD - 6}{2} \quad (\text{dato})$

$$\rightarrow AD = 10$$

- $\Delta AQD \sim \Delta BQC \text{ (AA)}$

$$\frac{10}{6} = \frac{x}{x - 4}$$

$$x = 10$$

Clave: C



ce
pre
UNI

**MATERIAL DE
ESTUDIO**

Geometría

**PROBLEMAS
PROPUESTOS**

**CICLO
PRE
2024-1**



EJERCICIO 131

En una semicircunferencia de diámetro $\overline{AB}$ y centro O , una recta secante interseca al arco $\widehat{AB}$ en los puntos E y D . Luego, se trazan $\overline{EF} \perp \overline{AB}$ y $\overline{DG} \perp \overline{AB}$. Si $BG = 2\text{ u}$ y $FG = 6\text{ u}$, entonces la longitud (en u) de la perpendicular trazada desde el punto B a la recta ED es

A) 1,5

B) 2,0

C) 3,5

D) 4,0

E) 4,5

EJERCICIO 133

Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

- I) Dos triángulos equiláteros, son semejantes.
- II) Dos triángulos rectángulos isósceles, son semejantes.
- III) Dos polígonos regulares, son semejantes.

A)VVV

B)VVF

C)FFV

D)FFF

E)VFF

EJERCICIO 134

En un triángulo ABC recto en B, se traza la bisectriz interior $\overline{BD}$.
Demuestre la siguiente relación:

$$BD = \frac{(AB)(BC)\sqrt{2}}{AB + BC}$$

EJERCICIO 135

En un triángulo ABC , $m\angle ABC = 90 + m\angle BAC$, se traza la altura $\overline{CH}$.

Si $AB = 5$ u y $BH = 4$ u, entonces la longitud (en u) de $\overline{CH}$ es

A) 5

B) 6

C) 6,5

D) 8

E) $2\sqrt{5}$

EJERCICIO 136

Dado el paralelogramo $ABCD$ ($AB < BC$), se traza $\overline{PA}$ (P en $\overline{CD}$) que interseca a $\overline{BD}$ en Q . Si $CD = 18u$ y $BQ = 6(DQ)$, entonces la longitud (en u) de $\overline{DP}$ es

A)2

B)3

C)4

D)5

E) 6

EJERCICIO 137

En el interior del triángulo ABC , se ubica el punto P , se trazan $\overline{PM}$ y $\overline{PQ}$ perpendiculares a los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ (M en $\overline{AB}$ y Q en $\overline{BC}$). Si $AC = 3MQ$ y $BP = 8u$, entonces la longitud (en u) del circunradio del triángulo ABC es

A) 10

B) 12

C) 14

D) 16

E) 18

EJERCICIO 138

En un triángulo isósceles ABC ($\overline{AB} \cong \overline{BC}$), se ubica el punto O en la base y con centro en O se traza una circunferencia tangente a $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$. La recta tangente a la circunferencia interseca a los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ en los puntos M y N . Si $AM = a$ y $CN = b$, entonces la longitud de $\overline{AC}$ es

A) $2\sqrt{ab}$

B) $\frac{2ab}{a+b}$

C) $\sqrt{ab}$

D) $4\sqrt{ab}$

E) $\frac{ab}{a+b}$

EJERCICIO 139

Por el circuncentro O de un triángulo ABC se traza una recta perpendicular a $\overline{AC}$ que interseca a $\overline{BC}$ en Q y a la prolongación de $\overline{AB}$ en P . Si $(OP)(OQ) = 121 \text{ u}^2$, entonces la longitud (en u) del circunradio del triángulo ABC es

A) 5,5

B) 4,5

C) 11

D) 13

E) 12



ce
pre
UNI

Geometría



ce
pre
UNI